算数科における『割合』とは何か
－なぜ「割合」が難しいと言われるのか－

What is "ratio" in mathematics?
－Why is "ratio" said to be difficult?－

石原　直
Ishihara Sunao

キーワード：算数科、割合、倍、比、比例、単位量あたりの大きさ、学習指導
KeyWords　：mathematics, ratio, fold, proportion, size of the per unit amount, educational guidance

要約

小学校算数科の題材の中で、『割合』は特に難しいと言われてきた。『割合』という用語は4年生の教科用図書「倍の見方」で初めて出てくるが、特に強調されていないために、児童の意識に残ることはあまりない。5 年生で、「単位量あたりの大きさ」そして、「割合」と続く。

それぞれの題材の関係が十分理解されずに学習されるため、それぞれの題材が独立したものとなってしまい既習事項が生かされない。そのため、より理解が難しくなっている。『割合』を巡るいくつかの課題を考察することを通して、『割合』に係る題材の関係を明確にし、算数科における『割合』とは何かを考察する。

Abstract

Among the subjects of elementary school mathematics, "ratio" has been said to be particularly difficult. The term "ratio" first appears in the fourth-grade textbook "The Double View," but because it is not particularly emphasized, it does not remain in the consciousness of children. In the fifth grade, "size per unit amount" and then "ratio" followed. Since the relationship between each subject is not fully understood, each subject becomes independent, and what has already been learned is not utilized. This makes it more difficult to understand. By examining several issues related to "ratio," we will clarify the relationship between the subjects related to "proportion" and consider what "ratio" is in the mathematics department.

はじめに

教科用図書（以下、教科書）を始めとして、様々な書籍で『割合』は定義されている。

4 年生の教科書では、「もとにする大きさを 1 とみたとき、くらべられる大きさがどれだけに当たるかを表した数」と記され、5 年生の教科書では、「割合＝比べられる量÷もとにする量」となっている。また、学習指導要領解説算数編には、「A（比較量）÷B（基

準量）＝割合（商）」（学習指導要領解説算数編　p218）と記されている。

他方、市販の参考書類では、「2 つのものの大きさを比べるとき、片方を 1 としたとき、他方がいくつになるかを表した数を『割合』といいます。」（割合と比例 p28）、「一方の数量をもとにして他方の数量がその何倍かにあたるかを表した数」（初任者のための算数の深読み p111）、「2 つの数または同種の量 A、B において、A が B の何倍であるかを表した数 P を A の B に対する『割合』という」（入門算数学 p175）などと記されている。特徴的なのは、教科書には「倍」という表現が出ていないことである。さらに「単位量あたりの大きさ」、「1 とみる」が関わってくるため、よりわかりにくくなってしまう。

また、「比」と「比例」についても関わってくる。一般的には、「比」は『割合』であり、「比例」は関数であるとされるが、『割合』の前提条件は「比例関係」にあることであり、その関係も児童にはわかりにくい。なにより、教える側の教員が十分理解しているのだろうか。

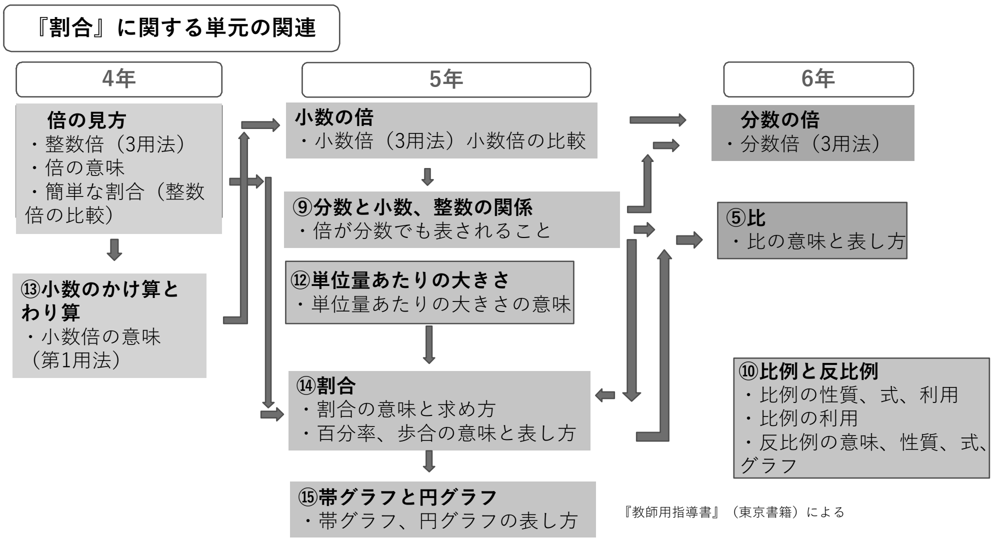
本稿では、小学校算数で児童にとって特に理解が難しいと言われてきた『割合』について、小学校算数科の領域構成や『割合』に関する単元の関連を踏まえた上で、『割合』の学習がどのように学ばれていくのか、「単位量あたりの大きさ」、「1 とみる」、「関数の考え」などをキーワードとして、具体的な例もあげながら考察することで、『割合』の正体を明らかにすることを目指していきたい。

図 1　〈小学校算数科における領域構成〉

	A 数と計算	B 図形	C 測定	C 変化と関係	D データの活用
第1学年					
第2学年	数の概念 計算の意味 加法、減法	図形の概念 立体図形	量の概念 量の大きさの比較		
第3学年	乗法、除法 概数と見積もり	図形の構成・分解 図形の性質	量の単位 量の測定		
第4学年	式の表現と読み	角			測定値の平均 表、グラフ
第5学年	四則に関して成り立つ性質	図形の計量		単位量あたりの大きさ 速さ、割合	
第6学年				比、比例 反比例	

（小学校学習指導要領解説（2017 年告示）算数編による）

図２『割合』に関する単元の関連



１「単位量あたりの大きさ」の考え方

学習指導要領解説算数編には、以下のように記されている。

> 第5学年では、・・略・・異種の二つの量の割合として捉えられる数量があることを学習する。・・略・・第5学年の速さなど単位量あたりの大きさの学習においては、基本的な量の性質を持っていない量を比較するのは初めてである。・・略・・一般に速さについては速いほど大きな数値を対応させた方が都合が良いため、時間を単位量として、単位時間あたりの長さを比べることが多い。（p265）

「単位量あたりの大きさ」の難しさの要因は２つある。一つ目は異種の２つの量を扱うこと。二つ目は基本的な量の性質を持っていない量を扱うことである。後者については、いわゆる内包量であり、これまで学んできた、重さや長さなどの加法性の成り立つ量ではない速さや濃度などの加法性の成り立たない量のうち､比例関係を認められるものである。

「単位量あたりの大きさ」の例としては「速さ」を取り上げている。上記したように「単位量あたりの大きさ」では、異なる量の比較をしており、ここでは、時間と距離の異なる２つの数量で「速さ」を表す。「速さ」＝「道のり」÷「時間」と示し、この式の変形として、「道のり」＝「速さ」×「時間」の式を示している。「速さ」を求める式では一見、距離を時間で割っているように見える。しかし、距離を時間で等分しているのであって、得られた数値はあくまで外延量としての距離であるが、これが単位量あたりの大きさとしての速さを表す数値である。このように考えると、対応する時間と距離の比が常に一定という『割合』の見方とは異なることから『割合』とは区別することになる。これは「見方」の違いである。その例を以下に示す。

「単位量あたりの大きさと１とみるの見方の違い」
7ｍ1400ｇの鉄の棒と4ｍ1000ｇの鉄の棒はどちらが重いかの比較
　1400÷7＝200　・・・①
　1000÷4＝250　・・・①’
となり、4ｍ1000ｇの鉄の棒の方が重い。
　この場合、それぞれをｍという単位あたりの量で計算している。このｍは、1ｍであるので、当然1ｍあたりの重さを比較していることになる。厳密に言えば、1000（ｇ）÷4（ｍ）＝250（ｇ／ｍ）これは、割合ではない。ただし、広く考えれば異種の量の『割合』という範疇に入る。なぜなら、「長さ」と「重さ」に比例関係があるからである。
　また、１あたり量かと言えば、そうではない。
　わられる量とわる量を逆にすると
　7÷1400＝0.005　・・・②
　4÷1000＝0.004　・・・②’
となり、7ｍ1400ｇの方が重いと考えてしまいがちになる。
②の式は、１ｇあたりの長さを出している。
すなわち
　7（ｍ）÷1400（ｇ）＝0.005（ｍ／ｇ）
　4（ｍ）÷1000（ｇ）＝0.004（ｍ／ｇ）
となり、１ｇあたりの長さが短い方が重いということになる。
　どちらでも考えられるが、①、①’の式が良いとされるのは、大きい数を小さい数で割るという、数値化するときの原則の考え方があるからである。
　これに近い問題で、以下のようなものがある。

【例】0.5ℓ で3.8㎡塗れるペンキと1.2ℓ で7.8㎡塗れるペンキでは、どちらが広く塗れますか

　この問題は１㎡あたりどれだけのペンキの量を使うかで求めるとすると
　［ 式 ］
　0.5÷3.8＝0.1315・・・
　1.2÷7.8＝0.1538・・・
単位を入れると
　0.5（ℓ ）÷3.8（㎡）＝0.1315（ℓ ／㎡）③
　1.2（ℓ ）÷7.8（㎡）＝0.1538（ℓ ／㎡）③’
１ l あたりで塗れる量で立式すると
　3.8（㎡）÷0.5（ℓ ）＝7.6（㎡／ℓ ）④
　7.8（㎡）÷1.2（ℓ ）＝6.5（㎡／ℓ ）④’
　この場合も上と同様に、大きい数を小さな数で割るというやり方だと④、④’が良いことになる。
　「単位量あたりの大きさ」は異種の２量の割合の見方であり、上記の例は異種の２量の関係であるので、「単位量あたりの大きさ」であり、1ｍあたりや１㎡あたりと見ても、「単

位量あたりの大きさ」である。しかし、7m や 3.8 ㎡を 1 つの塊とみれば、1 あたり量とみることができる。1 皿に 3 個のリンゴを、1 個あたりとみるか 1 皿あたりとみるかの見方の違いでもある。

「速さ」の学習を通して、児童は「速さ」、「道のり」、「時間」の関係を学ぶ。これは、後に「割合の三用法」と言われるものである。教科書では、第１，２用法は公式として示しているが、なぜか、第３用法は公式としていない。すべてを覚える必要は無く、１つだけで、残りの２つは式の変形で十分であるし、その方は用が利くと考えられる。３つとも覚えようとするので、「みはじ」などの図に頼ってしまうこととなる。

割合の三用法とみはじ

基準量 A×割合 B＝比較量 P

〈第１用法〉　P＝B÷A

〈第２用法〉　B＝A×P

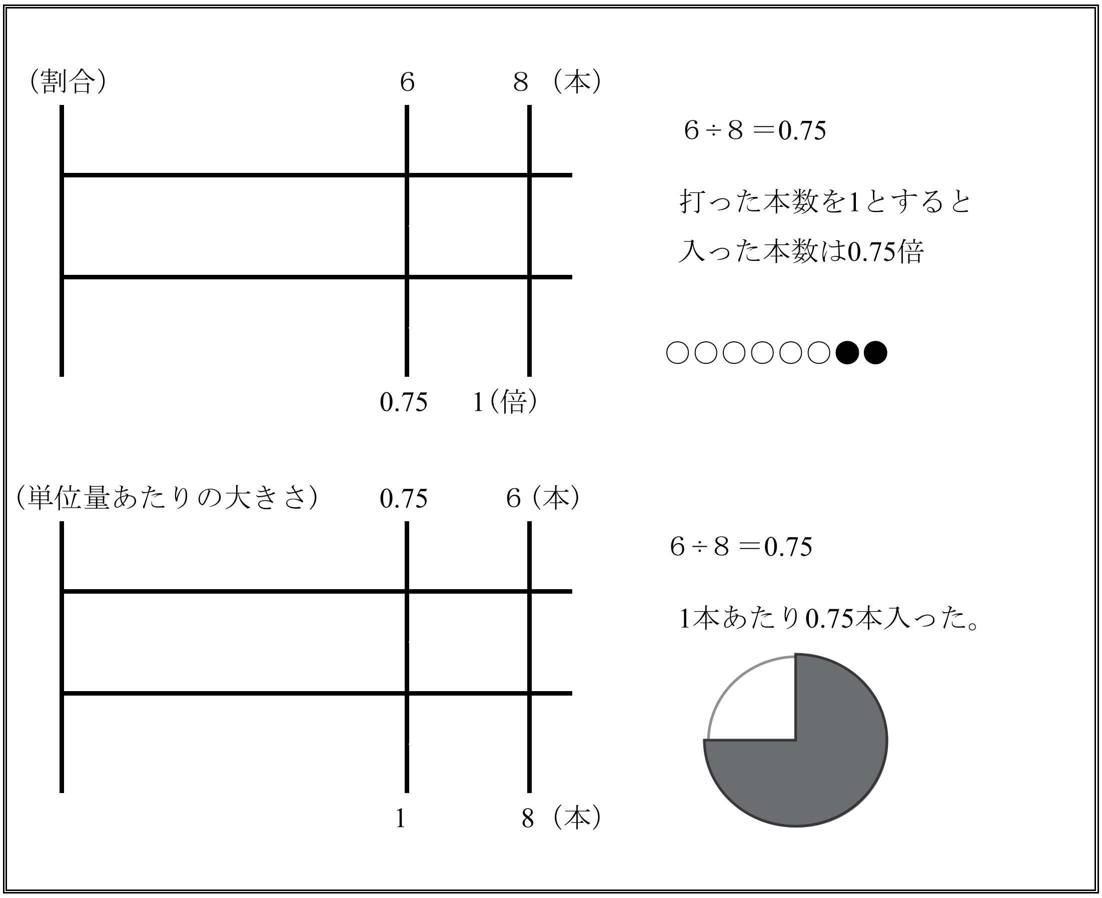
〈第３用法〉　A＝B÷P

２ 『割合』と「単位量あたりの大きさ」の見方の違い

同じ状況に対して、それぞれの見方は下図 3 のように考えられる。

図 3 割合の見方と単位量あたりの大きさの見方の違い

（８回シュートして６回入った場合の見方）６



（　割合　p123　）より

３　「単位量あたりの大きさ」、「１とみる」と『割合』の関係

「1 とみる」は、教科書には、以下のような形で出てくる。

「子どものクジラの体長は3ｍで、親のクジラの体長は15ｍです。親のクジラの体長は子どものクジラの体長の何倍か。」
（式）　15÷3＝5　答え　5倍

もとにする長さを1とみるよ
（まとめ）5倍というのは、3ｍを1とみたとき、15ｍが5にあたることを表している。

（教科書 4 年 p114　東京書籍版）

ここで、「1 とみる」の考え方を学ぶが、果たして「1 とみる」は必要であろうか。単に「比較量は基準量の何倍か」で解決できるものであり、基準量を 1 に抽象する必要性があるかは疑問である。

また、割合については、以下のように記している。

もとにする大きさを1とみたとき、くらべられる大きさがどれだけにあたるかを表した数を割合といいます。

（同 4 年 p119）

「単位量あたりの大きさ」については、教科書には以下のように記されている。

1㎡あたりの平均のうさぎの数や、1匹あたりの平均の面積のように、2つの量を組み合わせて表した大きさを「単位量あたりの大きさ」といいます。

（同 5 年 p31）

前述したように、教科書には、「ならした 1 ㎡あたりのうさぎの数や 1 匹あたりの面積のように、2 つの量を組み合わせて表した大きさを、「単位量あたりの大きさ」と言います」（5 年　比べ方を考えよう（Ⅰ））とあり、「速さ」を特に取り上げている。

これに対して『割合』は、「もとにする大きさがちがうときには、**割合を使って比べることがある**。　『割合』＝『比べられる量』÷『もとにする量』（5 年　比べ方を考えよう（2）ｐ70）となる。

どちらも、もとにする量で比べられる量を割っているとみると、同じように考えられる。異なる点は、「単位量あたりの大きさ」は、異種の量の中で比例関係があるものを比べ、

「割合」は、同種の量を比べているところである。そのため学習指導要領では区別をしているが、広い意味では『割合』と考えることもできる。

４　かけ算・割り算と『割合』の関係

『割合』は比例関係を前提とした「倍」の見方である。「倍」の学習は2年生の「かけ算」から始まる。同数塁加から始まる「かけ算」は、本来 A（１つ分）×B（いくつ分）＝C（全体の大きさ）というものであり、A（基にする量）のB倍（割合）はC（比べる量）とみることによって、割合の考え方につながる。「かけ算」の意味は、（1 つ分）×（いくつ分）＝（全体）というものであるが、例えば、1皿に3個のっているミカンが5皿あれば、15個とし、この（1皿分）を1あたり量とし、（いくつ分）を「倍」と見る。ただし、2年生の「かけ算」は「倍」の学習までであり、見方は4年生で学ぶ「倍の見方」から始まる。

4年生の「倍の見方」では、「倍」の意味を「基準量を1と見たとき、比較する量がいくつにあたるか」という見方で捉えている。そして5年生で学ぶ「単位量あたりの大きさ」、『割合』、6年生で学ぶ『割合』の表し方である「比」へと進んでいく。したがって「倍」の見方を確実に定着させることが、『割合』の理解を容易にするものと考えられる。

かけ算の逆である割り算も『割合』に関係している。「1 皿あたり」を求める割り算は「1 あたり量」の考え方であり、等分除となり、「いくつ分」を求める包含除の考え方は「割合」につながっていく。

５　分数と『割合』

小学校算数で学習する分数には、「分割分数」、「量分数」、「割合分数」、「商分数」がある。

「分割分数」は２年生で学習し、「もと」にとらわれずに、ある対象を等分割したときに表される分数であり、大きさを比べることができない分数である。「量分数」は、３年生で学習し、「もと」が１ｍや１ℓ と決まっている分数であり、大きさを比べることができる分数である。「割合分数」は、６年生で学習し、「もと」を１とみたときの比較量で表される分数であり、大きさを比べられない分数である。「商分数」は５年生で学習し、a／ｂという分数を a÷ｂの答えとしてみる分数であり、大きさを比べることができる分数である。

分数の割り算は、

> 【例】3／4 dl のペンキで板を2／5㎡塗れる。このペンキ1dlでは、板を何㎡塗れるか。
> 1dlで塗れる広さなので、
> （式）　2／5（㎡）÷3／4（dl）＝2／5×3／4＝8／15（㎡／dl）

上記のように、1dl で 8／15 ㎡塗れるという意味となる。この式では、異種の量であるペンキの量と塗れる広さは比例しているので、「単位量あたりの大きさ」となるが、広い意味では『割合』と考えられる。

６　『割合』の表し方としての「百分率」「歩合」「比」「比の値」

比は割合を 2 つの数で表す方法である。比には、関係の倍、分布（全体を 1 としたときの比率）、比例、拡大率、形状比などがある。

百分率は基準とする量の大きさを 100 とみて、それに対する割合を示すもので、0.01 を 1%と表す方法である。歩合は基準とする量の大きさを 10 とみて、0.1 を 1 割、0.01 を 1 分と表す方法である。

比と比の値の関係については、2 つの見方がある。1 つ目は、比は比の値の別の表し方で、どちらも割り算の商とすると、比と比の値は等しいというものである。もう一つは、比の値は 1 つの数であり、比は 2 つの数量の関係を表したもので数ではないとすると、等しくないというものである。ちなみに、教科書では、「比は 2 つの数量の関係を表すもの」という考え方のもとで、比と比の値は等号で結んでいない。

比　2 : 3	→	2	÷	3	＝	2／3
		比べられる量		もとにする量		割合

ａ：ｂ の比で、ｂをもとにしてaがどれだけの割合になるかを表したものを ａ：ｂ の比の値といいます。ａ：ｂ の比の値は、aをｂでわった商になります。

（教科書 6 年 p75）

７「比例」の考え方、関数の考えの重要性

『割合』は「比例関係」を前提とした関係である。「比例の定義」としては、小学校の算数では、「一方が 2 倍、3 倍になっていくと、もう一方も 2 倍、3 倍になっていく・・」とし、『変化の見方』で定義し、中学校の数学では、「ｙがｘの関数で、ｙ＝aｘのような式で表されるときｙはｘに比例する・・」とし、『対応』で定義している。

『割合』は比例する 2 量の比例定数である。Y が比例するとき、どのような X に対しても割合 P を用いて Y の値を求めることができるというものである。例えば、異種の 2 量の割合として数値化された「速さ」により、時間が決まれば、それに対応する道のりが決まる。しかし、「速さ」の場合、一見距離を時間で除しているように見えるが、演算決定にあたっては、例えば、500 ㎞÷5h の場合は、500 ㎞を 5 等分しているのであって、得られた 100 は、あくまで距離である。600 ㎞を 6 時間、700 ㎞を 7 時間など、変化の側面に着目した比例関係に基づいてつくられている。その上で速さの数値化として、1 時間、100 ㎞を選択しているに過ぎない。ちなみに、物理の考え方では、「運動は、物体が時間の経過につれて、その空間的位置を変えること」と定義され、「速度（ｖ）」＝「動いた距離（ｘ）」／「かかった時間（ｓ）」であり、ｘ＝ｖｔで示される。地球の自転速度は、400ｍ／秒であるが、私たちがその速さを感じないのは、地面を含むすべてのものが同じ速さで動いているからとなる。

『割合』は「比例関係」を前提とした関係であり、関数の考えは重要である。関数の考えは、数量や図形などを学習する際に、関係のある数量を見いだし、それらの間に成り立つ変化や規則性などの関係を把握し、問題解決に生かしていく考えである。しかし、関数

の考えは比例のところで初めて意識されることが多く、本来低学年から積み上げていかなくてはならない段階的な学びになっていない。

学習指導要領解説算数編には以下のように記されている。「算数科では、具体的な関数として、比例を中心に扱い、比例の理解を促すため、反比例についても学習する。さらに、様々な事象における２つの数量の関係について、それらの数量の間に成り立つ比例関係を前提として乗法的な関係から把握される「割合」について学習する。割合は、２つの数量を比較するときに用いられる関係であり、またその関係を表現する数でもある。」（p35）

関数は、２つの変数ｘとｙがあって、ｘの値を決めると、それに対応して、ｙの値がただ１つ決まるとき、ｙはｘの関数である。などと定義される。正比例はｙ＝ａｘで表される１次関数の特殊な形である。また、反比例はｘｙ＝a（一定）で表される１次関数とは全くちがう別の関数である。

関数の考えは、突然比例に始まるのでは無く、１年生の「ものとものとの対応」や「数の大小や順序」などから、２年生のかけ算「乗数が１ずつ増えるときの積の増え方」など低学年から始まっていることを指導する側は常に意識していなくてはならない。

（かけ算の例）
（１つ分）（いくつ分）（全体）
３　×　４　＝　１２　　３　×　４　＝１２
３　×　５　＝　１５　⇒　ａ　×　ｘ　＝　ｙ　⇒　ｙ＝ax
３　×　６　＝　１８　（定数）（倍）（全体）　【比例関係】
：　　：
：　　：

これらの学習を通して、先ず依存関係に着目する力を付けていくことが大切である。さらに具体的な場面で、何が変量かを意識したり、ある数量を変量と考えたりすることや、ある変量を調べるのにそれと関係（対応）付ける数量にどんなものがあるかを考えるなどを学んでいくことが大切であり、これらの見方や考え方は『割合』の学習をスムーズに進めていくために必要不可欠なものである。

８　考察

これまでみてきたように、小学校算数科における学習内容では、『割合』と「単位量あたりの大きさ」が混在し、さらに「1 とみる」が出てくる。

バスケットボールで、10 本シュートを打って 8 本入った場合を例にとると、同じ 8÷10 であっても「打った本数を 1 とすると、入った本数は 0.8 倍」とみると『割合』の見方であり、「0.8 本入った」と見ると「単位量あたりの大きさ」の見方になる。さらに、10÷8 ＝1.25 とした場合の見方は難しい。1.25 本打つと 1 本入るという『割合』の見方になる。

このように、2 つの見方がある上に、（基準量）と（比較量）の区別も分かりにくいのである。そのため教科書においては、同種の 2 量の場合を『割合』とし、異種の 2 量の場合を「単位量あたりの大きさ」としている。

同種の量の割合の場合は、もとにする量が、比べられる量の何倍になっているかをもと

めているのに対して、異種の量の割合の場合は、もとにする量の 1 に対応する値を求めており、求める答えの単位が㎞／h（速さの場合）などの誘導（組立）単位となる。また、『割合』の理解に必要不可欠なものが、「関数の考え」である。１年生から始まっている数の見方や関係の捉え方は、割合の前提となる比例関係につながっていく。

まとめ

本来『割合』は「数」であって「量」ではない。言い換えれば、『割合』は倍の表し方の「比」であって「数」である。『割合』の難しさは、『割合』の正体がはっきり見えないからである。それぞれの関係を端的に図に表すと以下のように考えられる。

図 5　『割合』

割合＝比べられる量÷基準となる量

同種の量の割合
異種の量の割合（単位量あたりの大きさ）

⇒
表し方

百分率、歩合
比

※比例関係を前提

ただし、同種の量の割合は、一方の量をもとに他方の量がその何倍になっているかを求めているのに対し、異種の量の割合は、一方の量の 1 に対応する値を求めている点が異なることを重ねて記しておく。また、この後両者は比例定数として統合されていく。

小学校で学ぶ算数の正体は「量」であり、そこに「関係」である『割合』を持ち込んだために分かりにくくなっている。「関係」は本来数学の中身である。

比例関係を前提とした「倍」の見方が、比べ方としての『割合』であり、本来は、比較量ｂは基準量 a の何倍になっているか、というシンプルな関係である。

引用、参考文献

［1］青山　庸、『初任者のための算数の深読み』、東京書籍、2015
［2］足立恒雄、『数の発明』、岩波書店、2013
［3］市川　啓・高橋丈夫　他編『割合』、東洋館出版社、2022
［4］銀林浩　他、『分数とその計算』、日本標準、2008
［5］銀林浩、岩村茂雄　編　『いろいろな量』、日本標準社、2008
［6］銀林浩、秋田敏文　編　『割合と比例』、日本標準社、2008
［7］黒木哲徳、『入門　算数学』、日本評論社、2004
［8］小林道正、『学びなおす算数』、筑摩書房、2021
［9］志賀浩二、『数と量の出会い』、紀伊國屋書店、2007
［10］杉山吉茂、『初等科数学科教育学序説』、東洋館出版社、2008
［11］杉山吉茂、『中等科数学科教育学序説』、東洋館出版社、2009

［12］高木貞治、『数の概念』、講談社、1949
［13］遠山啓、長妻克亘、『量の理論』、明治図書、1962
［14］平川賢、『算数用語ハンドブック』、東洋館出版社、2022
［15］ヘーゲル　松村一人　訳、『小論理学』、北隆館、1946
［16］宮下英明、http://m.jwa.hokkyodai.ac.jp/me/instraction/subjects/number/qna/（2004）
『いろいろな数がつくられるしくみ』
［17］宮下英明、http://m.jwa.hokkyodai.ac.jp/me/instraction/subjects/number/qna/（2007）
『「数とは何か？」への答え』
［18］宮下英明、http://m.jwa.hokkyodai.ac.jp/me/instraction/subjects/number/qna/（2008）
『数は量の比－「数は量の抽象」ではない』
［19］矢野健太郎、『数の生い立ち・図形のふしぎ』、中央公論社、2023
［20］石原直、『数は量の抽象とは何か』、東北福祉大学教職研究、2022
［21］石原直、『算数科における量とは何か』、東北福祉大学教職研究、2023
［22］藤井斉亮　他、『新しい算数 1 年～6 年』、東京書籍、2020
［23］『小学校学習指導要領解説　算数編』、文部科学省、2019
［24］『中学校学習指導要領解説　数学編』、文部科学省、2019
［25］『高等学校学習指導要領解説　数学編』、文部科学省、2019