

第1章 実践研究

算数障害のある子どもへの数概念の指導

黄 淵 熙^{1), 2)}

本研究では、数概念の形成が難しい事例を対象とし、数概念の獲得のために有効な指導方法を探ることを目的とした。その結果、水のように連続性のあるものを用いて量としての数の概念を指導することが、連続量から分離量への理解を促し、数概念の形成に有効であることが明らかになった。

キーワード：算数障害、数概念、連続量

1. はじめに

算数障害は、医学的にも教育的にも発達障害の一つの種類として位置づけられているが、算数の能力のつまずきは、様々な認知的要因がかかわっており、読み書き障害に比べてその解明は進んでいない状況である。

算数障害の医学的診断基準として、ICD-10 (WHO, 1992) では「学習能力の特異的発達障害」の中の算数能力の特異的障害 (Specific disorder of arithmetical skills in Specific Developmental Disorder of Scholastic Skill) としてとらえ、「ただ単に一般的な知的障害あるいは非常に不適切な学校教育だけでは説明できないような算数能力の特異的な障害である。この障害は、代数学、三角法、幾何学または未積分学のようなより抽象的な数学的能力よりは、むしろ加減乗除のような基本的な計算能力の習得に現れる」と説明している。

またDSM-5 (APA, 2013) では、算数に障害のある特異的学習障害 (Specific Learning Disorder with impairment in mathematics) と定義し、限局性学習障害の下位分類とされている。具体的な算数障害の内容としては、①数感覚 (number sense) : 計算の基礎となる数概念につながる生得的な能力、数概念 ②数的事実 (memorization of arithmetic fact) : 暗算の計算に必要な能力、③計算の正確性、流暢性 (accurate or fluent calculation) : 筆算における正確で流暢な計算能力、④正確な数学的推論 (accurate math reasoning) : 文章題に必要な正確な数推論の4つの下位分類が挙げられている。

1) 東北福祉大学教育学部教育学科

2) 東北福祉大学教育・教職センター

一方、文部科学省の教育的定義（文部科学省、1999）では、知的発達に遅れはないが、計算する・推論する能力の習得と使用において著しい困難を示す状態とされ、DSM-5の定義のうち、数感覚、計算能力、数学的推論を含むと解釈できる。

以上の医学的定義、教育的定義及び成人の計算障害に関する神経心理学的・認知心理学的研究らを概観した熊谷と山本（2016）は子どもの算数障害を4つに下位分類し、算数における困難は、各段階に起こりうることを指摘した（表1）。本研究では、算数障害の内容としてこの4つの分類を参考とした。

表1 算数障害の下位分類（熊谷、2013年より引用）

①数処理	数詞、数字、具体物の対応関係に関する問題
②数概念	序数性と基数性の問題
③計算	暗算と筆算の問題
④数的推論	文章題の問題

① 数処理の問題は、数詞・数字・具体物の対応関係（図1）を知ることで、数字の読み書きができたり、数の大小を比較し、対応させたりする能力への問題である。② 数概念の問題は、数処理のように単なる対応関係が分かるだけではなく、数には順番を表す序数性と量を表す基数性があることを理解する段階の問題である。③ 計算の問題は、暗算と筆算に分けられる。加減算で和が20までの計算や乗除算で九九までの計算である暗算ではDSM-5で示す数的事実の問題がかかわる。また、筆算では、繰り上がり繰り下がりなどの手続的な能力も必要となる。④ 数的推論は、文章題を解くための過程であり、変換（文章を読み理解する過程）、統合（問題表象を形成する過程）、プランニング（立式）などの能力が必要となる。

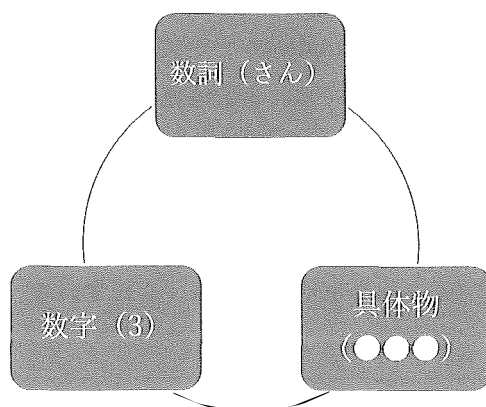


図1 数処理能力

このような算数の困難は数処理、数概念を基礎とし、計算、数的推理の順に発達していくのが一般的である。しかし、学校の算数におけるつまずきは領域独立的に生じることも多く、下位段階で困難があれば、次に段階に進むことができないなど必ずしも順序性を示すものではない。

学校の現場で、算数障害を早期発見し、適切な支援を行うことが難しい要因の一つがここにあると考えられる。例えば、計算は、その手続きさえ踏まえれば、概念的に理解できなくても答えを導くことができる。そのため、数概念の理解段階に困難があっても、学校で現在学習して単元の計算問題はできる例も多く、学習困難に指導者が気づきにくい。

しかし、数概念は算数の最も基礎となる能力であり、その段階でつまずきが生じると、その後の学習に深刻な影響を与える（佐藤，1995）。数概念が獲得されてないと、計算の手続きが分かっても、数量の比較が難しいため、引き算を行う際に、小さい数から大きい数を引くなどの誤りをしたり、桁がずれた筆算をしても導かれた解答に疑問を持たなかったりするなどの問題を示す。

そこで、本研究では数概念の形成が難しい事例を対象とし、数概念の獲得のための有効な指導方法を探ることを目的とする。

なお、本研究を実施するにあたり、保護者に研究の目的と手続き、個人情報やデータの取り扱いについて説明をし、書面での同意を得た。

II. 方法

1. 対象児

(1) 対象児の概要

胎児期に異常はなく、満期正常出生。小学校の通常の学級に在籍する現在2年生児童（8歳、女）で、5以下の数字でも合成と分解が理解できないという主訴で1年の終わりがごろ相談機関を訪れた。

言語や運動面に遅れは見られず、乳幼児検診においても問題は指摘されなかった。読み書きをはじめ、算数科以外の科目の成績は良好で、交友関係にも問題は見られなかった。学校の方は、算数の学習における苦手さは認識していたが、経験不足による問題だと把握し、特別な支援は行っていなかった。

(2) 対象児のアセスメント

① 心理検査から推察された認知特性

小1の時、本相談室で行ったWISC-IVの結果では、全検査IQが97で平均の域にあった。各指標の合成得点は、言語理解（VCI）が115、知覚推理（PRI）が76、ワーキ

ングメモリー（WMI）が85、処理速度（PSI）が110であった。全般的な知的発達に遅れはないが、指標間及び下位検査間のばらつきが大きかった。知覚推理は言語理解に比べて有意に低く、言語理解能力や言語的推理能力に比べて、視覚的情報をパターンとして認識し、視覚的に取り込んだ情報を短い間記憶しておくことの弱さが認められた。表2にWISC-IVの結果を示す。

表2 WISC-IVの結果

	施行時の年齢 7歳7ヶ月			
	全検査FSIQ 97			
	言語理解指標 VCI 115	知覚推理指標 PRI 76	ワーキングメモリー指標 WMI 85	処理速度指標 PSI 110
各下位検査 評価点 (SS)	類似：15 単語：10 理解：13	積木模様：8 絵の概念：7 行列推理：4	数唱：7 語音整列：8 (算数：4)	符号：15 記号探し：9 (絵の抹消：8)

7歳10ヶ月時に行ったフロスティック視知覚発達検査（DTVP）では、知覚指数は86であった。下位検査別では、運動能力を評価する「視覚と運動の協応」で10、図形を弁別したり、隠された図形を見いだしたりする「図形と素地」で8、図の大きさや位置、濃淡が異なっているものから同じ図形を認知する「形の恒常性」で11、似ているが異なる図の中からの的確な図を見つけ出す「空間における位置」で10、あるものと他の物の位置関係を認識する能力である「空間関係」で9点であった。その中でも図形と素地の課題が6歳4ヶ月の知覚年齢を示し、他の能力に比べて低さが認められた。

また、Rey-Osterrieth複雑図形の模写と再生を行った結果（図2）、視覚認知機能と視覚記憶ともに困難があることが分かった。

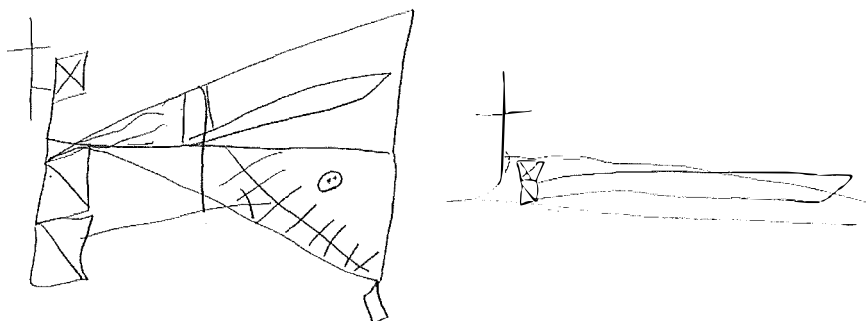


図2 対象児のRey-Osterrieth複雑図形の模写（左）と即時再生（右）（7歳10か月時）

② 算数の学力の評価

7歳11か月時に実施した標準学力検査（算数1年）の結果、算数の学力水準は9パーセンタイル域にとどまっていた。領域別では、「数と計算」、「量と測定」、「図形」、「数量関係」の領域がそれぞれ37.0%、46.2%、75.0%、75.0%の正答率を示した。誤りの分析からは、何番目なのかを聞く問題には答えることができ、数概念のうち、序数性は獲得されているが、書いてある線分図のどの辺りに指示された数がかかるのかを聞く問題には全く答えることができず、基数性の概念が獲得されていないことが分かった。また、計算に関しては1桁同士の加減算（例えば、 $7-3$ ）は正解することが多いが、簡単な問題であっても2桁同士の加減算（例えば、 $70-30$ ）は不正解であった。目で見て長さを比較する問題においても不正解が目立っており、視覚認知能力の弱さに関係していると考えられる。

ほかに自作のプリントを用いた計算のテストでは、行をずらして書いてしまい、不正解する場面が見られた（図3）。しかし、本児は「 $600+7=1400$ 」の計算についてもその解答について違和感を示すことがなく、数字の相対的な量関係を理解していないことがうかがわれた。

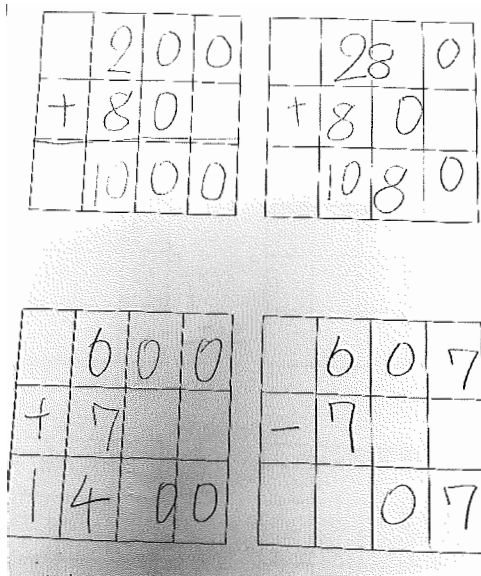


図3 対象児が示した計算の誤り

③ 数概念の獲得状況

算数の学力評価や日常の観察から本児は、数概念のうち、序数性の理解には困難がないと思われたので主に基数性の発達程度を評価した。Gelman & Gallistel (1978)

は、計数に関する原理の中で、「基数の原理」を説明し、ものを数えた時に最後の数字が全体の数を示すことを分かれば（例えば、1,2,3,4だから4個）基数性が理解できたと判断した。しかし、熊谷（2007）は、数概念に問題がある児童でも「1,2,3,4,5だから5」という反応を示すことは多く、それは操作的に答えられているだけで、実際の数量関係は理解できていないことがあると報告した。本児の場合も、具体物の計数において数えた最後の数字が全体の数を示すことは理解していた。

数概念の発達程度を見るために一般的に使われているのが、Booth & Siegler（2006）のナンバーラインテストである。このテストは、左右の端に数字が書かれている線分を見せ、特定の数字はこの線分上のどの位置にあるべきか印をつける課題である。算数障害のある子どもはナンバーラインテストにおいて、定型発達の子どもの比へ、劣っていることが明らかになっている（Booth & Siegler, 2006）。図4に8歳1か月時に行った本児のナンバーラインテスト結果を示した。

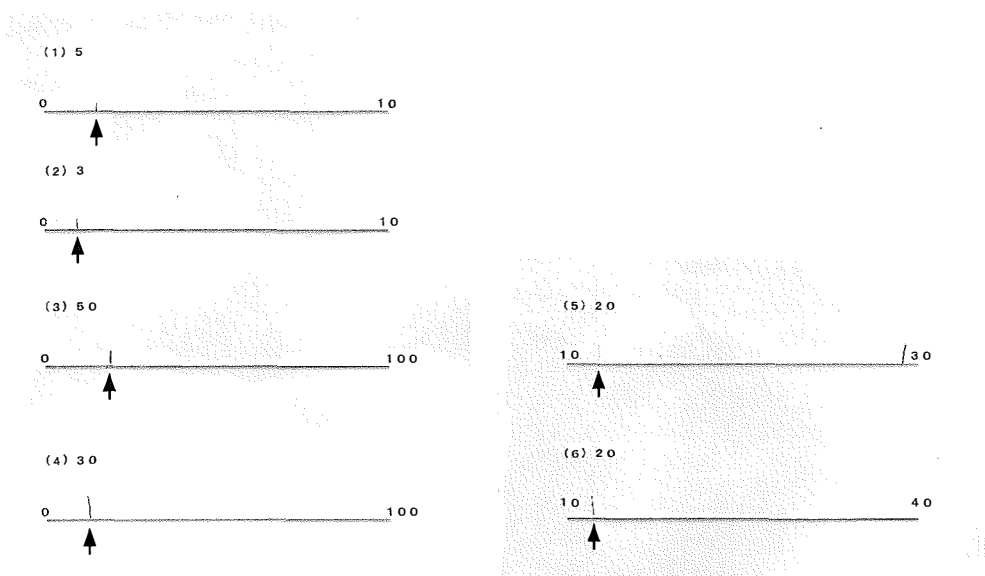


図4 指導前のナンバーラインテスト結果

本児はほとんどの数字の相対的大きさを考慮せず、似ている場所に印を付けていた。また、0-10で5を表した解答や0-100の場合の50を表した解答から、5や50が10や100の真ん中に位置しているという認識が得られていないことが推測される。ナンバーラインテストの結果は数概念の獲得ができていないといえる。

また、日常のやり取りの中でも「教室の端から端まで何歩くらいで行けるかな」という質問に対して10歩くらいの距離を「100歩」と答えたり、人差し指の長さが5

センチであることを確認した後、「下敷きの長さは何センチかな」という質問に対して「1センチ」と答えたりするなど数概念の乏しさが疑われた。

2. 学習支援手続き

(1) 指導期間及び場所

2018年3月から12月まで、大学付属の支援室にて週1回程度の1時間のセッションを17回行った。1時間の指導は、位取りを中心とした数処理、以下に紹介する数概念、計算の基礎としての数の合成分解の3つに分けられ、そのうち数概念の指導を4回20分ずつ行った。本稿では、数概念に関する指導を中心に報告する。

(2) 指導内容と経過

熊谷（2018）は、数字の相対的量関係は、分離量の指導では理解させることが難しく、連続量として把握させる必要があると述べた。「分離量」というのは、おはじきやドットのように具体物で分離できるものである一方、連続量は長さや大きさのように個数では表せないものである。そこで、本児に数概念を指導するための連続量として水を用いることにした。水という連続量を直接操作することを通して、連続量から分離量に分解することができると思われる。すなわち、水という連続量を操作に用いるコップやスプーンなどに関連付けることで、連続量を分離量として分けることができると思われる。

実際の指導は次の2つの段階に分けて行った。

1段階では、数量の違いに気づくことを目標とし、大きさが異なる容器を用いて、どの容器の水が一番多いのか、どれくらい多いのかを予想させた。

2段階では、スプーンやコップで水の操作を行い、その量を棒グラフの上に示すことで連続量を分離量としてとらえさせた。具体的な指導の例を表3と図5に示す。

表3 指導の内容と子どもの反応の例

課題	反応の特徴
<p>「10のコップをいっぱいにするには、1の スプーンで何杯入れるとよいですか。」</p>	<p>色水を提示された際に、「実験が始まる」と嬉しそう にしている。</p> <p>「5杯」と答え途中で違うことに気づき、回数を数え 始める。だが、数え間違いのため、8杯か9杯と曖昧 に答える。</p>
<p>「1のスプーン何杯入れましたか。」</p>	<p>「10杯」と指導者と回数を数えて答える。</p>
<p>「100のコップをいっぱいにするにはこの 10のコップ何杯入れるとよいですか。」</p>	<p>「100杯くらいかな？」1杯目は10のコップを1杯分 として入れたが、2杯目からは1のスプーンを使って、 10のコップに1が10回分入ることを確認しながら操 作を行った。</p>
<p>「10のコップをいっぱいにするには？ 1のスプーン何杯？」 「100のコップをいっぱいにするには？ 10のコップ何杯？ 1のスプーン何杯？」 棒グラフに数量を書き、グラフを見て大き さの違いを知る。</p>	<p>その後、「わかった8杯だ、やっぱり9杯？」と答える。 「1のスプーンで10杯分」 「10のコップで10杯分」 「1のスプーンで100杯分」 「こんなに違うんだね」</p>

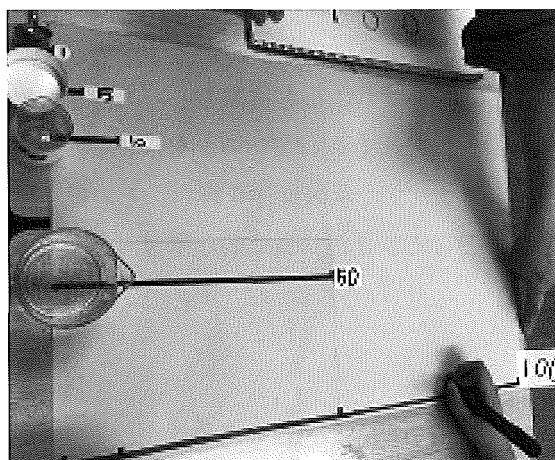


図5 水の操作を用いた数概念の指導

III. 結果

指導の結果を「数概念の発達」と「対象児の困り感の変化」という2点から検討した。まず、対象児の困り感の変化について述べる。本児は算数の学習に関する苦手意識が強く、数字を扱う学習になると、チック症状とみられる咳が出るが多かった。しかし、水を用いた本学習においては、自ら水の操作を実験と言い、毎回指導のスケジュールを確認する際に、今日は実験があるのかを聞くなど、意欲的な学習態度を示した。また、咳が出るなどの症状も見られなくなった。

次に、数概念において変化が見られたのかを確認するため、指導前と同様のナンバーラインテストを行った結果を図6に示す。指導前のナンバーラインテストにおいては提示された両端の数字を見ずに感覚的に印をつける傾向が見られたが、指導後のナンバーラインテストにおいては1という分離数を用いて、数直線の上での位置を推測している様子が見られた。例えば、0-10を表す数直線の上で1の位置を示す場合、1はこれくらいと見当をつけ、数を数えるような動作をし、数直線の上に印をつける様子がみられた。これは、指導前の段階では見られなかった行動であり、連続数である数直線に分離数を加えることができたといえる。そのように見当をつける動作を通して、間隔を1として考えると正解できる（0-10が両端になる）問題に関してはほとんど正解することができた。しかし、半分の概念については、ことばで100の半分は50であると言うことができて、ナンバーラインテストにおいては0-100の真ん中に50を置くことが難しかった。

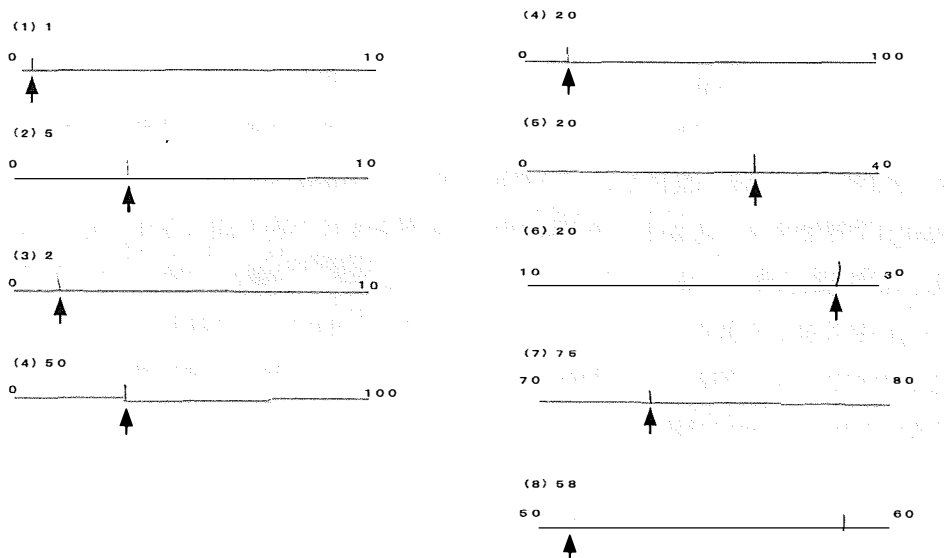


図6 指導後のナンバーラインテスト

IV. 考察

本研究では、数概念の形成が難しい事例を対象とし、数概念の獲得のための有効な指導方法を探ることを目的とした。

対象児の場合、具体物を数えて、数詞が言えるという序数性は確立されていたが、ナンバーラインテストなどで測られる2つの数の相対的な量関係は理解していないことが分かった。そこで、連続量としての数の概念（相対的大きさ）を教えるため、水の操作を行い、それをグラフで示すことで連続量から分離量へ分解を図った。その結果、指導前に比べて数概念の理解において向上が見られた。この指導は次の2点において有効であったと考えられる。

まずは、水という日常生活に根ざしたものをを用いて測定という操作を行ったことである。島田（2016）によると、数概念は、単に感覚的にも物を見ただけでは理解できないもので、測定という行為をもとに概念化を図ることが効果的である。そこで、どのくらいの水の操作でコップがいっぱいになるのか、半分はコップのどの辺りを示すのかなど、水を計量するという操作を通して数を量としてとらえることができたと考えられる。

2つ目に、操作に用いた具体物（スプーン、サイズが違うコップ）を変化させることで具体物が変わっても数字と数字が示す量感覚は変わらないことを理解させたことである。例えば、小さいコップで測った1杯と10杯の量的な違いは大きいコップで測った1杯と10杯の量的な差と同じであることを気づかせたことであると考えられる。数感覚を獲得するためには、同じ位置でも数直線の上でそれを1で見る場合も10で見る場合もあることに気づかなければいけないので相対的に大きさが違う具体物を用いた指導は効果的であったと考えられる。しかし、対象児の場合、1から10までの数字で構成された数直線の場合は指示された数字を正しいところに位置付けることができたが、100や50などが目安になる場合は不正解することが多く、今後さらなる指導が必要であると思われる。

通常、子どもたちは小学校に入学する前に遊びなどを通して概算と計数の基本を理解する（伊藤，2008）。その後、教科としての算数を通して、機械的な計算の仕方とその意味の関連を見出すことになる。しかし、算数障害のある子どもは手続き的スキルとしての計算はできても、計算と数感覚をうまく結びつけられないことが多い。熊谷（2000）は、数字の大小、二つのものを比較した際の大小、長短をいいあてることができ、分離量も安定した順序で数えることができるにも関わらず、数概念が形成されていない児童の例を挙げている。本研究の対象児と同様に、通常学級の中では機械的な計算はできても計算の根底にある数処理や数概念などが獲得されていない子どもたちがいると考えられる。従って、算数への困難を示している子どもに対して計算ドリルを練習させる前に数概念のつまづきがないのかを確認する必要があると考えられる。

さらに、その指導においては、おはじきなどの具体物を用いて分離されたものを計数させ

るだけではなく、水のような連続量として扱われるものを用いた連続量の概念の指導が効果的であると考えられる。

文献

- American Psychiatric Association (2013) : Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th ed.). *American Psychiatric Association Publishing*.
- Booth, J. L. & Siegler, R. S. (2006) : Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 42(1), 189-201.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978) : The Child's understanding of Number. *Harvard University Press, Cambridge, Mass.* 小林芳郎、中島実共訳 (1989) : 数の発達心理学. 田研出版.
- 伊藤一美 (2008) : 算数のアセスメントの検討. *LD研究*, 17(3), 295-302.
- 熊谷恵子 (2000) : 学習障害児の数学困難. 多賀出版.
- 熊谷恵子 (2007) : 学習障害児の数量概念の理解度を測定する手法についての基礎的研究. *LD研究*, 16(3), 312-322.
- 熊谷恵子・山本ゆう (2016) : 足し算・引き算の自動化に至るまでの学年推移とその特徴—演算の自動化とドットの個数の把握の関連性—. *日本LD学会第25回大会論文集*, 133-134.
- 佐藤暁 (1995) : 数概念の獲得が困難な学習障害児における算数学習経過の分析. *特殊教育学研究*, 32(5), 39-43.
- 島田和昭 (2016) : 数概念と計算の初期指導. *千葉教育大学教育学部研究紀要*, 64, 393-401.
- 文部科学省 (1999) : 学習障害児に対する指導について (報告). http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/tokubetu/03110701/005.pdf (最終閲覧日 : 2019年2月19日)
- World Health Organization (1992) : The ICD-10 classification of mental and behavioural disorders : Clinical descriptions and diagnostic guidelines. *World Health Organization*.